PART2　和事象の確率・余事象の確率

2　1から10までの数字が書かれた10枚のカードが袋に入っている。この袋の中から3枚のカードを同時に取り出す。次の確率を求めよ。

(1)　5のカードを取り出す確率

(2)　カードの数字の最大が8以上である確率

(3)　1または2のカードを取り出す確率

Point Pickup

事象 A, B が

互いに排反であるとき　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　(確率の加法定理)

互いに排反でないとき　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

また，余事象の確率　$P(\overline{A})=1-P(A)$　の利用を常に意識しておくとよい。

第 4 講　PART2　確認問題

1 から 12 までの数字が書かれた 12 枚のカードが袋に入っている。
この袋の中から 3 枚のカードを同時に取り出す。

1　6 のカードを取り出す確率を求めよ。

$$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$$

2　取り出したカードの数字の最大が 9 以上である確率を求めよ。

$$\frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$$

3　3 または 4 のカードを取り出す確率を求めよ。

$$\frac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$$

PART2　和事象の確率・余事象の確率

2　1から10までの数字が書かれた10枚のカードが袋に入っている。この袋の中から3枚のカードを同時に取り出す。次の確率を求めよ。

(1)　5のカードを取り出す確率

(2)　カードの数字の最大が8以上である確率

(3)　1または2のカードを取り出す確率

3枚のカードの取り出し方は　${}_{10}C_3=120$（通り）

(1)　5のカードを取り出すとき，残り9枚から2枚を取り出す方法が　${}_9C_2=\dfrac{9\cdot 8}{2\cdot 1}=36$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_9C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$

(2)　最大の数字が8以上になるのは，最大の数字が8，9，10のいずれかの場合である。

最大の数字が8のとき，1から7までの7枚から2枚を取り出す方法が ${}_7C_2$ 通り

最大の数字が9のとき，1から8までの8枚から2枚を取り出す方法が ${}_8C_2$ 通り

最大の数字が10のとき，1から9までの9枚から2枚を取り出す方法が ${}_9C_2$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_3}+\frac{{}_8C_2}{{}_{10}C_3}+\frac{{}_9C_2}{{}_{10}C_3}=\frac{21}{120}+\frac{28}{120}+\frac{36}{120}=\frac{17}{24}$$

（別解）

最大の数字が8以上である事象は，最大の数字が7以下である事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。

事象 A は1から7までの7枚から3枚を取り出すときで　${}_7C_3=\dfrac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}=35$（通り）

よって，求める確率は　$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{{}_7C_3}{{}_{10}C_3}=1-\dfrac{35}{120}=1-\dfrac{7}{24}=\dfrac{17}{24}$

(3)　1を取り出すとき，残り9枚から2枚を取り出す方法が ${}_9C_2$ 通り

2を取り出すとき，残り9枚から2枚を取り出す方法が ${}_9C_2$ 通り

1と2を取り出すとき，残り8枚から1枚を取り出す方法が ${}_8C_1$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_9C_2}{{}_{10}C_3}+\dfrac{{}_9C_2}{{}_{10}C_3}-\dfrac{{}_8C_1}{{}_{10}C_3}=\dfrac{36+36-8}{120}=\dfrac{8}{15}$

（別解）

1 または 2 のカードを取り出す事象は，1 も 2 も取り出さない事象 B の余事象 $\overline{B}$ である。

事象 B は 1，2 も取り出さない，つまり，3 から 10 までの 8 枚から 3 枚を取り出すときで

$${}_8\mathrm{C}_3=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56 \text{（通り）}$$

よって，求める確率は

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{{}_8\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=1-\frac{56}{120}=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$$

第 4 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イ：4

[解説]

3 枚のカードの取り出し方は　${}_{12}C_3 = 220$（通り）

6 のカードを取り出すとき，残り 11 枚から 2 枚を取り出す方法が　${}_{11}C_2 = 55$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_{11}C_2}{{}_{12}C_3} = \dfrac{55}{220} = \mathbf{\dfrac{1}{4}}$ [A]

> [A]　全事象 U の根元事象が同様に確からしいとき，事象 A の確率 $P(A)$ は
> $$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$
> $$= \frac{（事象Aの起こる場合の数）}{（起こりうるすべての場合の数）}$$

2

[正解] ウエ：41，オカ：55

[解説]

3 枚のカードの取り出し方は　${}_{12}C_3 = 220$（通り）

最大の数字が 9 以上になるのは，最大の数字が 9，10，11，12 のいずれかの場合である。

(i)　最大の数字が 9 のとき，1 から 8 までの 8 枚から 2 枚を取り出す方法が　${}_8C_2$　通り

(ii)　最大の数字が 10 のとき，1 から 9 までの 9 枚から 2 枚を取り出す方法が　${}_9C_2$　通り

(iii)　最大の数字が 11 のとき，1 から 10 までの 10 枚から 2 枚を取り出す方法が　${}_{10}C_2$　通り

(iv)　最大の数字が 12 のとき，1 から 11 までの 11 枚から 2 枚を取り出す方法が　${}_{11}C_2$　通り

(i)～(iv)より，求める確率は

$$\frac{{}_8C_2}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_9C_2}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_{10}C_2}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_{11}C_2}{{}_{12}C_3}$$

$$= \frac{28+36+45+55}{220}$$ [B]

$$= \frac{164}{220} = \mathbf{\frac{41}{55}}$$

> [B]　事象 A，B が互いに排反であるとき
> $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
> （確率の加法定理）

（別解）

最大の数字が 9 以上である事象は，最大の数字が 8

以下である事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。

事象 A は１から８までの８枚から３枚を取り出す場合で　${}_8\mathrm{C}_3$　通り

よって，求める確率は

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{{}_8\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=1-\frac{56}{220}$$

$$=\mathbf{\frac{41}{55}}$$ [C]

[C]　余事象の確率
$P(\overline{A})=1-P(A)$

3 **[正解]** キ：5，クケ：11

[解説]

３枚のカードの取り出し方は　${}_{12}\mathrm{C}_3=220$（通り）

３を取り出すとき，残り 11 枚から２枚を取り出す方法が　${}_{11}\mathrm{C}_2$ 通り

４を取り出すとき，残り 11 枚から２枚を取り出す方法が　${}_{11}\mathrm{C}_2$ 通り

３と４を取り出すとき，残り 10 枚から１枚を取り出す方法が　${}_{10}\mathrm{C}_1$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_{11}\mathrm{C}_2}{{}_{12}\mathrm{C}_3}+\frac{{}_{11}\mathrm{C}_2}{{}_{12}\mathrm{C}_3}-\frac{{}_{10}\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{55+55-10}{220}$$

$$=\frac{100}{220}=\mathbf{\frac{5}{11}}$$ [D]

[D]　事象 A，B が互いに排反でないとき
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

（別解）

３または４のカードを取り出す事象は，３も４も取り出さない事象 B の余事象 $\overline{B}$ である。

事象 B は３も４も取り出さない，つまり，３と４以外の 10 枚から３枚を取り出すときで　${}_{10}\mathrm{C}_3$ 通り

よって，求める確率は

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{{}_{10}\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=1-\frac{120}{220}=\mathbf{\frac{5}{11}}$$

[C]